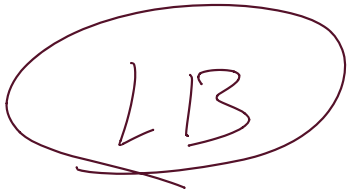
لجان النّقابات

STATISTICS

MORPHINE ACADEMY

MORPHINE ACADEMY

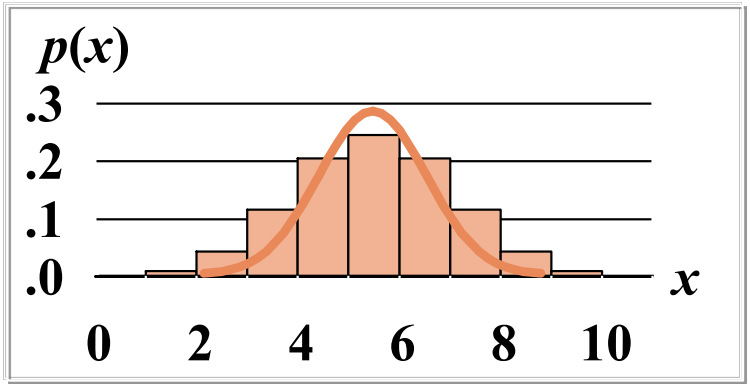


Approximating a Binomial Distribution with a Normal Distribution

Normal Approximation of Binomial Distribution

1. Useful because not all binomial tables exist
2. Requires large sample size
3. Gives approximate probability only
4. Need correction for continuity

$n = 10 \quad p = 0.50$



Normal Approximation to Binomial Distributions

Example

For each of the following cases, decide whether you can use the normal distribution to approximate X. if you can find the mean and standard deviation:

n= 65, p = 0.51, q = 0.49

np = (65)(0.51) = 33.15 > 5

nq = (65)(0.49) = 31.85 > 5

So we can use the normal approximation

Mean: μ = np = 33.15, $\sigma=\sqrt{npq}$ = 4.03

- N = 15, p = 0.15, q = 0.85

np = (15)(0.15) = 2.25 < 5, nq = (15)(0.85) = 12.75 > 5

We cannot use the normal approximation , because np < 5.

الحل:

$n = 65$ ، $p = 0.51$ $\quad q = 0.49$

- حساب المتوسط والانحراف المعياري:

$$\mu = np = 65 * 0.51 = 33.15$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{65 \times 0.51 \times 0.49} = \sqrt{16.2437} \approx 4.03$$

* الشروط:

$np = 33.15 \geq 5$ (محقق)

$nq = 65 * 0.49 = 31.85 \geq 5$ (محقق)

النتيجة: يمكن استخدام التقريب الطبيعي لأن الشروط محققة.

$\sigma \approx 4.03$ ، $\mu = 33.15$

حالة تالية أخرى:

$n = 15$ / $p = 0.15$ / $q = 0.85$

$$\mu = np = 15 * 0.15 = 2.25$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{15 * 0.15 * 0.85} = \sqrt{1.9125} = 1.38$$

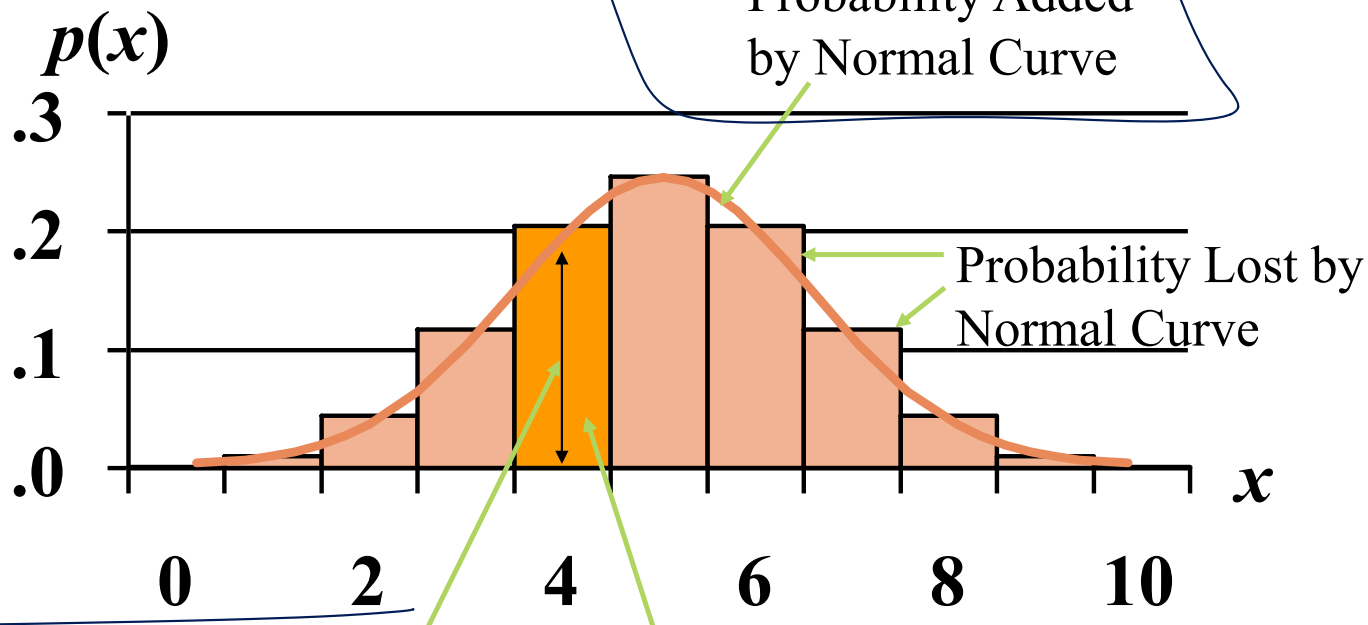
* الشرط:

$np = 2.25 < 5$ (غير محقق).

$nq = 15 * 0.85 = 12.75 > 5$ (محقق).

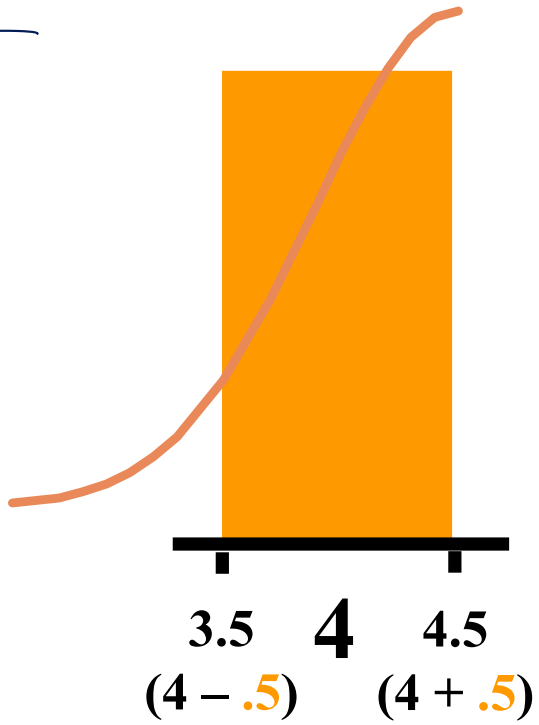
النتيجة: لا يمكن استخدام التقريب الطبيعي لأن $np < 5$.

Why Probability Is Approximate



Correction for Continuity

1. A 1/2 unit adjustment to discrete variable
2. Used when approximating a discrete distribution with a continuous distribution
3. Improves accuracy



Using a Normal Distribution to Approximate Binomial Probabilities

1. Determine n and p for the binomial distribution, then calculate the interval:

$$\mu \pm 3\sigma = np \pm 3\sqrt{np(1-p)}$$

If ~~interval lies~~ in the range 0 to n, the normal distribution will provide a reasonable approximation to the probabilities of most binomial events.

Using a Normal Distribution to Approximate Binomial Probabilities

2. Express the binomial probability to be approximated by the form

$$P(x \le a) \text{ or } P(x \le b) - P(x \le a)$$

For example,

$$P(x < 3) = P(x \le 2)$$

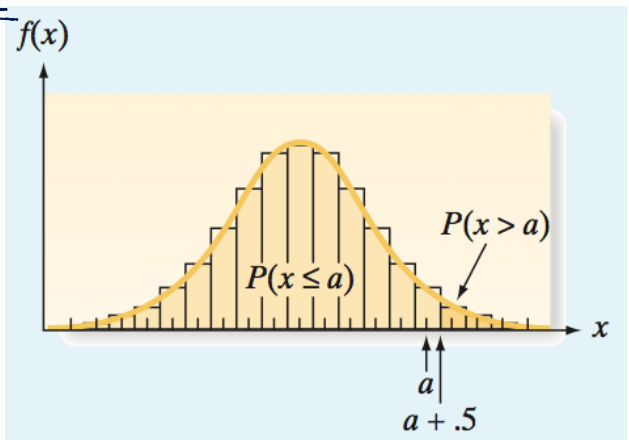
$$P(x \ge 5) = 1 - P(x \le 4)$$

$$P(7 \le x \le 10) = P(x \le 10) - P(x \le 6)$$

Using a Normal Distribution to Approximate Binomial Probabilities

3. For each value of interest a, the correction for continuity is $(a + .5)$, and the corresponding standard normal z-value is

$$z = \frac{(a + .5) - \mu}{\sigma}$$

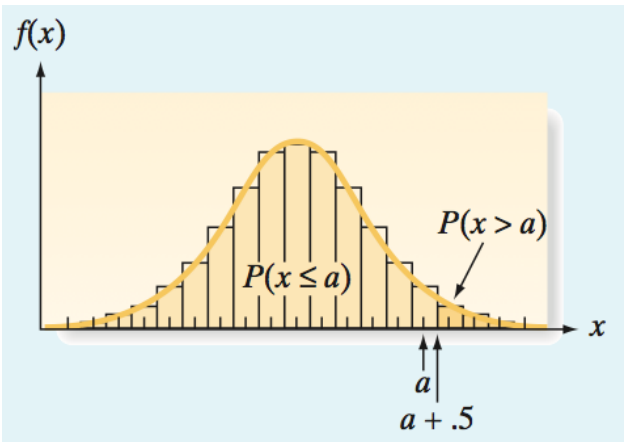


Using a Normal Distribution to Approximate Binomial Probabilities

ارسم التوزيع الطبيعي التقريبي وحدد المنطقة المظللة التي تتوافق مع الحدث المطلوب.

4. Sketch the approximating normal distribution and shade the area corresponding to the event of interest. Using z score table and the z-value (step 3),

To find the shaded area. This is the approximate probability of the binomial event.

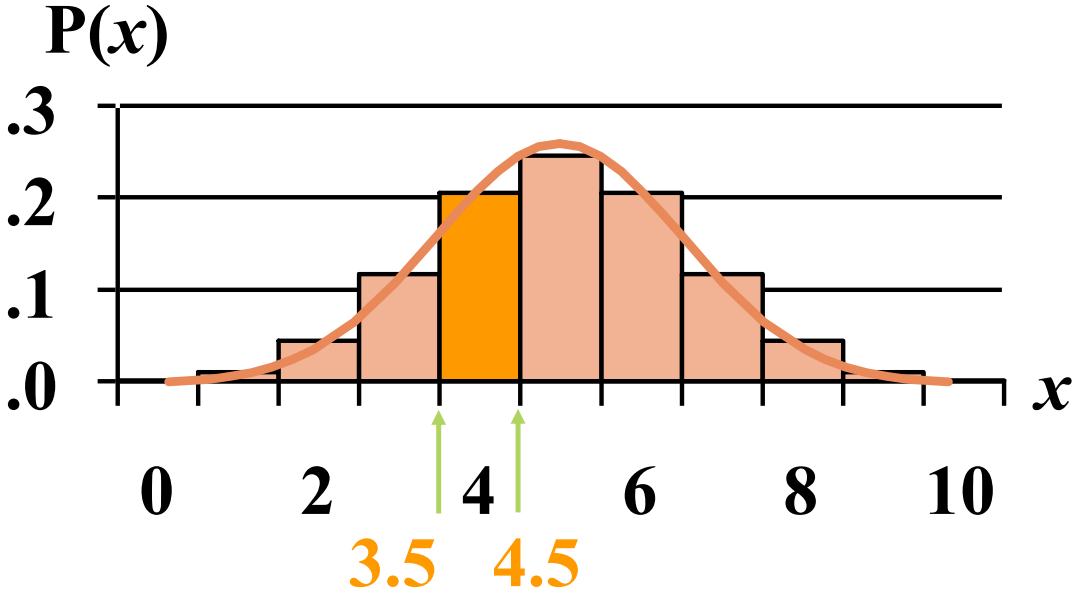


استخدم جدول z مع القيمة المحسوبة بالخطوة 3 لإيجاد الاحتمالية المقابلة للمنطقة المظللة.

هاا احنا بدنا نقرب الاحتمال الثنائي باستخدام التوزيع الطبيعي

Normal Approximation Example

What is the normal approximation of $p(x = 4)$? given $n = 10$, and $p = 0.5$?



Normal Approximation Solution

1. Calculate the interval:

$$np \pm 3\sqrt{np(1-p)} = 10(0.5) \pm 3\sqrt{10(0.5)(1-0.5)}$$
$$= 5 \pm 4.74 = (0.26,\ 9.74)$$

Interval lies in range 0 to 10, so normal approximation can be used

2. Express binomial probability in form:

$$P(x = 4) = P(x \le 4) - P(x \le 3)$$

Normal Approximation Solution

3. Compute standard normal z values:

$$z \approx \frac{(a+.5)-n\cdot p}{\sqrt{n\cdot p(1-p)}} = \frac{3.5-10(.5)}{\sqrt{10(.5)(1-.5)}} = -0.95$$

$$z \approx \frac{(a+.5)-n\cdot p}{\sqrt{n\cdot p(1-p)}} = \frac{4.5-10(.5)}{\sqrt{10(.5)(1-.5)}} = -0.32$$

ليش عملنا 3.5 و 4.5 بدل 4 مباشرة :

الفكرة ببساطة انه الـ binomial بشتغل بالاعداد صحيحة،
بينما الـ normal بكون مفهوم حتى بدون فيوان.

* لما نريد الاحتمال $X = 4$ بال binomial احنا عملنا عمود واحد centered بالرقم 4.

* لكن بال normal ما فيه أحد، في مفهوم مختلف، فلو قلنا 4 بالنسبة، المساحة راح تطلع صفر، لانه النقطة بال normal مالها مساحة.

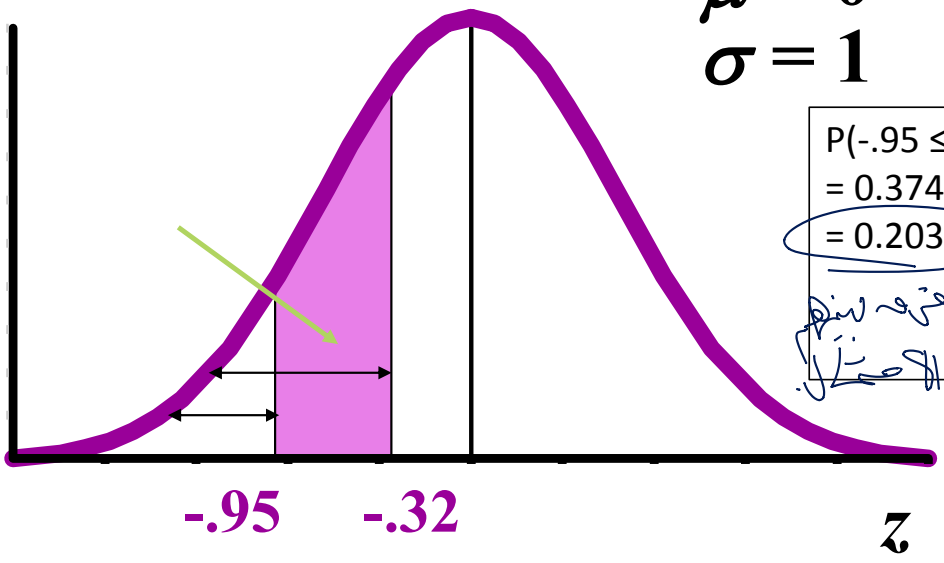
∴ الحل؟ نوخذ كامل العمود، يعني من نص وحدة قبل الى نص وحدة بعد:

$$P(X=4) \approx P(3.5 < x < 4.5)$$

تخيلها كأنك بدك تنقل كاسة من مكان مربعة لكاسة مدورة:
لو نقلت بس نقطة مي، وكأنه وصل شي. (فلازم توخذ مساحة العمود كله، مش بس نقطة)

Normal Approximation Solution

4. Sketch the approximate normal distribution:



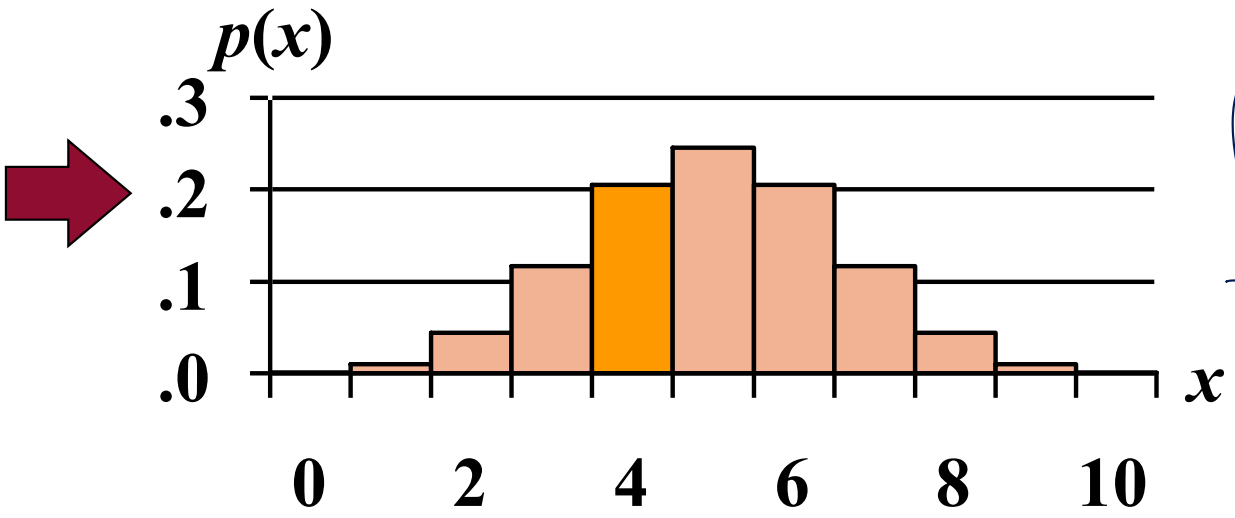
P(-.95 ≤ z ≤ -.32)
= 0.3744-0.1710
= 0.2034

Normal Approximation Solution

هنا بنعمل مقارنة مع القيمة الحقيقية

5. The exact probability from the binomial formula is 0.2051 (versus .2034)

$P(X=4) = 0.2051$



#باختصار:

1- حساب المتوسط و SD

2- تصحيح الاستمرارية

3- تحويل لدرجات Z

4- إيجاد المساحة من الجدول

5- المقارنة مع القيمة الحقيقية

ولي ، المادة سيئة سوي

بي هيئة وامورها ضيئة ،

لشوبة تآكل و مقارنة وتخزين

وامورهم بالسليم .

لا تشونا من الدعوات - فالكم الفل .